

令和5年度後期日程入学試験問題

数 学 E

工 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、4ページ(表紙、白紙を除く)です。試験開始後、確認下さい。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙に記入下さい。解答欄には答えのみを記入下さい。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に正しく記入下さい。

数 学 E

注意：答えが分数になる場合は、既約分数で答えなさい。

また、答えに根号を含む場合は、分母に根号を含まない分数で答えなさい。

1 以下の各問の にあてはまる答えを、解答用紙の指定の欄に記入しなさい。ただし、対数は自然対数とし、 e は自然対数の底とする。

(1) i は虚数単位とする。3つの複素数の積

$$\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right) \left(\cos \frac{2\pi}{9} + i \sin \frac{2\pi}{9}\right) \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$$

を計算すると (あ) である。ただし、 \sin 、 \cos を用いずに答えること。

(2) 次の極限を求めよ。

(i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{6-x}}{x^2 - 4} =$ (い)

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log\left(\frac{e^x + 1}{2}\right) =$ (う)

(3) 関数 $f(x) = e^{x^2}$ の $x = 1$ における微分係数は $f'(1) =$ (え) であり、関数 $g(x) = \sqrt{ex} - ex (x > 0)$ の $x = e$ における微分係数は $g'(e) =$ (お) である。

また、関数 $h(x)$ を合成関数 $h(x) = (g \circ f)(x)$ で定めると、曲線 $y = h(x)$ 上の点 $(1, h(1))$ における法線の傾きは (か) である。

(4) 閉区間 $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ を定義域とする関数 $y = \log\left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)$ の値域は

$$\boxed{(\text{キ})} \leq y \leq \boxed{(\text{ク})}$$

である。

(5) 次の定積分を求めよ。

(i) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx = \boxed{(\text{ケ})}$

(ii) $\int_0^3 \frac{x + 2}{\sqrt{x + 1}} dx = \boxed{(\text{コ})}$

(iii) $\int_e^{e^2} \log \sqrt{x} dx = \boxed{(\text{ク})}$

2 以下の各問の にあてはまる答えを、解答用紙の指定の欄に記入しなさい。

(1) 2進法で表された数の次の計算をせよ。ただし、答えは2進法で表すこと。

$$110101_{(2)} - 1111_{(2)} = \text{ (レ) }$$

(2) 5人でグー、チョキ、パーのじゃんけんを1回行うとき、1人だけが勝つ確率は (す) である。ただし、どの人もグー、チョキ、パーを出す確率は等しくそれぞれ $\frac{1}{3}$ とする。

(3) a を実数の定数とする。連続関数 $f(x)$ が等式

$$\int_a^x f(t) dt = x^3 - x^2 - x - 2$$

を満たすとする。このとき、 $f(x) = \text{ (せ) }$ であり、 $a = \text{ (そ) }$ である。

(4) 初項3の等差数列がある。初項から第30項までの和が264であるとき、第6項は (た) である。

(5) 平面上のベクトル \vec{a} , \vec{b} が次の条件

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| = |3\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{5} \quad \text{かつ} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{5}{49}$$

を満たすとき、 $|\vec{a}| = \text{ (ち) }$, $|\vec{b}| = \text{ (つ) }$ である。

3 以下の にあてはまる答えを，解答用紙の指定の欄に記入しなさい。

12個の値からなるデータがある。そのうちの8個のデータの平均値が12，分散が18であり，残りの4個のデータの平均値が6，分散が9であるとする。このとき，12個のデータの平均値は (㉔) であり，分散は (㉕) である。