

## 令和4年度前期日程入学試験問題

# 数 学 *D*

## 工 学 部

### 注 意 事 項

- ① 試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、2ページ(表紙、白紙を除く)です。試験開始後、確認してください。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙の表面に記入しなさい。裏面に記入してはいけません。解答用紙の裏面に解答しても、その部分は採点しません。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に用紙ごとに正しく記入しなさい。
- ⑤ 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示しなさい。

## 数 学 D

1 以下の各問に答えよ。ただし、対数は自然対数であり、 $e$  は自然対数の底である。

(1) 次の極限を調べよ。

(i)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2x - \pi}$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4^{x+2} + 2^{x-2}}{4^x - 2^x}$

(2) 関数  $f(x) = \frac{e^{x^2}}{3x + 1}$  の導関数  $f'(x)$  を求めよ。

(3) 次の定積分を求めよ。

(i)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \sin x \cos x \, dx$

(ii)  $\int_e^{e^3} (3x^2 + 1) \log x \, dx$

2 以下の各問に答えよ。

(1) 3つの実数  $x, y, z$  は、 $x - 2y + 3z = 5$ 、 $\frac{xy}{3} + yz - \frac{zx}{2} = 4$  を満たすと  
する。このとき、 $x^2 + 4y^2 + 9z^2$  の値を求めよ。

(2)  $i$  を虚数単位、 $a, b$  を実数の定数とする。4次方程式

$$x^4 - 2x^3 + ax^2 + 10x + b = 0$$

が、 $x = 1 - \sqrt{6}i$  を解にもつとき、 $a, b$  の値を求めよ。

(3) 次のデータは、8人の生徒に20点満点のテストを行った結果である。このデータの中央値と分散を求めよ。

11, 20, 18, 5, 8, 19, 16, 7

**3** 以下の各問に答えよ。

- (1) 放物線  $y = 2x^2 - 8x + 7$  の焦点の座標を求めよ。
- (2)  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{12}$  のとき、 $\cos^4 \theta + \sin^4 \theta$  の最小値を求めよ。
- (3) 関数  $f(x) = \frac{3x+7}{x+3}$  について、次の (i) と (ii) に答えよ。
  - (i)  $y = f(x)$  のグラフをかけ。
  - (ii)  $k$  を実数とする。 $y = f(x)$  のグラフと直線  $y = \frac{1}{2}x + k$  の交点が 2 個となるような  $k$  の値の範囲を求めよ。

**4**  $a$  を正の定数とする。曲線  $y = \sqrt{x}$  と直線  $y = ax$  で囲まれた部分を  $S$  とする。以下の各問に答えよ。

- (1)  $S$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を  $V$  とする。 $V$  を  $a$  を用いて表せ。
- (2)  $S$  を  $y$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を  $W$  とする。 $W$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3) (1) で求めた  $V$  と (2) で求めた  $W$  について、 $V = W$  を満たす  $a$  の値を求めよ。