令和４年度 総合型選抜 入学試験問題

小 論 文 D

工 学 部

(昼間コース: 都市システム工学科)

解答例

小 論 文 D	受験番号	

1

以下は計算方法や論述の一例です。

問 1.　$9x^2+9x-4=9\left(x+\dfrac{4}{3}\right)\left(x-\dfrac{1}{3}\right)<0$ であるので, 求める解は,

$$\underline{-\frac{4}{3} \;<\; x \;<\; \frac{1}{3}}$$

問 2.

$$\sqrt[7]{4^5} \;=\; 2^{\frac{10}{7}}, \qquad \sqrt[5]{128} \;=\; 2^{\frac{7}{5}}$$

である。$\dfrac{10}{7}-\dfrac{7}{5}=\dfrac{1}{35}>0$, すなわち $\dfrac{10}{7}>\dfrac{7}{5}$ であり, 関数 $y=2^x$ は増加関数なので,

$$\underline{\sqrt[7]{4^5} \;>\; \sqrt[5]{128}}$$

問 3.　A, B の個数が決まれば, C の個数は決まる。$0 \leqq k \leqq 8$ として, A の個数が k のとき, B の個数は 0 から $8-k$ までの $9-k$ 通りがある。従って, 求める組み合わせは,

$$\sum_{k=0}^{8}(9-k) \;=\; 9\times 9-\frac{8\times 9}{2} \;=\; 81-36 \;=\; \underline{45\text{（通り）}}$$

問 4.　100 から 200 までの自然数の総和は,

$$\sum_{n=0}^{100}(100+n) \;=\; 10100+\frac{100\times 101}{2} \;=\; 5050+10100 \;=\; 15150$$

であり, 100 から 200 までの 5 の倍数の和は,

$$\sum_{n=0}^{20}(100+5n) \;=\; 2100+5\frac{20\times 21}{2} \;=\; 2100+1050 \;=\; 3150$$

である。従って, 100 から 200 までの自然数のうち, 5 で割り切れない数の和は,

$$15150-3150 \;=\; \underline{12000}$$

問 5.　$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=(2,-14)$ であり, 線分 PQ と同じ大きさで PQ に垂直なベクトルの一つは, $\vec{h}=(14,2)$ であり, PQ の中点を M とすると, $\mathrm{M}(1,-3)$ であるので,

$$\overrightarrow{\mathrm{OR}} \;=\; \overrightarrow{\mathrm{OM}}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\,\vec{h} \;=\; (1,-3)\pm(7\sqrt{3},\sqrt{3}) \;=\; (1\pm 7\sqrt{3},-3\pm\sqrt{3})\ \text{（複号同順）}$$

となる。従って, 求める R の座標は,

$$\underline{(1+7\sqrt{3},-3+\sqrt{3}), \quad (1-7\sqrt{3},-3-\sqrt{3})}$$

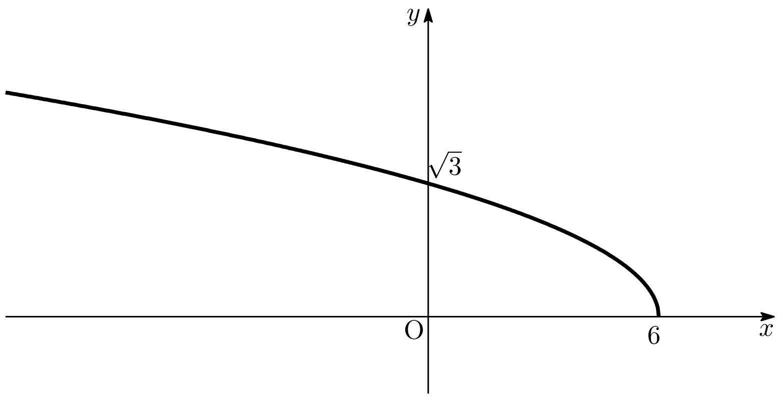
小 論 文 D	受験番号	

2

以下は計算方法や論述の一例です。

問 1.　$5.\dot{2} = 5 + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\{2 \times (0.1)^n\} \ = \ 5 + 2 \times \frac{0.1}{1-0.1} \ = \ 5 + \frac{2}{9} \ = \ \underline{\frac{47}{9}}$

問 2.　$y = \sqrt{-\dfrac{x}{2}+3} = \sqrt{-\dfrac{1}{2}(x-6)}$ であり, このグラフは, $y = \sqrt{-\dfrac{x}{2}}$ のグラフを x 方向に 6 だけ平行移動したグラフである。従って, $y = \sqrt{-\dfrac{x}{2}+3}$ のグラフは次の通り。



問 3.　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{\sin 7x} \ = \ \lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{5x}\cdot\frac{7x}{\sin 7x}\cdot\frac{5x}{7x} \ = \ 1\cdot 1\cdot\frac{5}{7} \ = \ \underline{\frac{5}{7}}$

問 4.　関数 $f'(x) \ = \ \left(x^{-\frac{4}{3}}\right)' \ = \ -\dfrac{4}{3}\,x^{-\frac{7}{3}}$ であるので,

$$f'(8) \ = \ -\frac{4}{3}\,8^{-\frac{7}{3}} \ = \ -\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{128} \ = \ \underline{-\frac{1}{96}}$$

問 5.　$\sin\pi x\,\cos 2\pi x = \dfrac{1}{2}\big(\sin 3\pi x + \sin(-\pi x)\big)$ であるので,

$$\begin{aligned}
\int_1^{\frac{3}{2}} \sin\pi x\,\cos 2\pi x\,dx &= \frac{1}{2}\int_1^{\frac{3}{2}}\big(\sin 3\pi x - \sin\pi x\big)\,dx \\
&= \frac{1}{2}\Big[-\frac{1}{3\pi}\cos 3\pi x + \frac{1}{\pi}\cos\pi x\Big]_1^{\frac{3}{2}} \\
&= \frac{1}{2}\left\{\Big(-\frac{1}{3\pi}\cos\frac{9}{2}\pi + \frac{1}{\pi}\cos\frac{3\pi}{2}\Big) - \Big(-\frac{1}{3\pi}\cos 3\pi + \frac{1}{\pi}\cos\pi\Big)\right\} \\
&= \frac{1}{2}\left\{0 - \Big(\frac{1}{3\pi} - \frac{1}{\pi}\Big)\right\} \ = \ \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3\pi} \ = \ \underline{\frac{1}{3\pi}}
\end{aligned}$$

小 論 文 D	受験番号	

3

問 1.　$0.45 \times 100 \times (80 - 20) = 2700$ J より, $\underline{2.7 \times 10^3\,\mathrm{J}}$

問 2.　$2.1 \times 150 \times (0 - (-20)) + 3.3 \times 10^2 \times 150 + 4.2 \times 150 \times (20 - 0) = 6300 + 49500 + 12600 = 68400$ J より, $\underline{6.8 \times 10^4\,\mathrm{J}}$

問 3.　温度を T とすると, 熱量の保存によって, $4.2 \times 150 \times (T - 20) = 0.45 \times 100 \times (80 - T)$ が成り立つ。これを解いて, $\underline{T = 24^\circ\mathrm{C}}$

問 4.　$4.2 \times 150 \times (24 - 20) + 0.45 \times 100 \times (24 - 20) = 2520 + 180 = 2700$ J より, $\underline{2.7 \times 10^3\,\mathrm{J}}$

小 論 文 D	受験番号	

4

問 1. 点 B における速さを v_1 とすれば，エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh$$
$$\therefore\ v_1 = \sqrt{2gh}$$

問 2. 衝突後の質点 1, 2 の速度を v_1', v_2' とする。運動量保存則より，

$$mv_1 = mv_1' + Mv_2' \tag{1}$$

反発係数の定義より

$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{0 - v_1},\ ev_1 = v_2' - v_1' \tag{2}$$

式 (1) + 式 (2) $\times m$ より，

$$\begin{array}{rcl} mv_1 & = & mv_1' + Mv_2' \\ +)\ emv_1 & = & -mv_1' + mv_2' \\ \hline (1+e)mv_1 & = & (m+M)v_2' \\ v_2' & = & \frac{m}{m+M}(1+e)v_1 \end{array}$$

問 1 の結果を用いると，

$$\therefore\ v_2' = \frac{m}{m+M}(1+e)\sqrt{2gh}$$

問 3. 点 D における速さを V とする。エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}M{v_2'}^2 = \frac{1}{2}MV^2 + Mgr\left(1 + \frac{1}{2}\right)$$

$${v_2'}^2 = V^2 + 3gr \tag{3}$$

また，点 D におけるレールからの垂直抗力を N とすれば，点 D におけるつり合いの式は，

$$M\frac{V^2}{r} = N + \frac{1}{2}Mg \tag{4}$$

レールから離れるとき，$N = 0$ より，

$$\begin{array}{rcl} N & = & M\frac{V^2}{r} - \frac{1}{2}Mg = 0 \\ \therefore\ V^2 & = & \frac{1}{2}gr \end{array} \tag{5}$$

式 (3) に式 (5) を代入すると，

$${v_2'}^2 = \frac{1}{2}gr + 3gr = \frac{7}{2}gr \tag{6}$$

問 2 より，

$$\left[\frac{m}{m+M}(1+e)\right]^2 2gh = \frac{7}{2}gr \tag{7}$$

$$h = \frac{7}{4}\left[\frac{m+M}{m(1+e)}\right]^2 r \tag{8}$$

$M = 2m,\ e = 1/2$ を代入すると，

$$h = 7r \tag{9}$$