

令和3年度前期日程入学試験問題

数 学 D

工 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、2ページ(表紙、白紙を除く)です。試験開始後、確認してください。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙の表面に記入しなさい。裏面に記入してはいけません。解答用紙の裏面に解答しても、その部分は採点しません。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。
- ⑤ 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示しなさい。

数 学 D

1 以下の各問に答えよ。

- (1) i は虚数単位とし、 $a = 1 + 2i$ とおく。複素数平面上の3点 $O(0)$, $A(a)$, $B(a^2)$ を頂点とする三角形 OAB の面積 S を求めよ。
- (2) 関数 $y = (x^2 + 1)^3(x - 2)^4$ を微分せよ。
- (3) 座標平面上の曲線 $C: y = x\sqrt{x} (x \geq 0)$ について、次の(i)と(ii)に答えよ。
- (i) 曲線 C 上の点 $(4, 8)$ における接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (ii) 曲線 C と y 軸および2直線 $y = 1$, $y = 8$ で囲まれた部分の面積 T を求めよ。

2 以下の各問に答えよ。

- (1) 等式 $x^2 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$ が x についての恒等式となるように、定数 a , b , c の値を定めよ。
- (2) 次の式の計算をせよ。

$$2 \log_9 54 - \log_3 \frac{2}{243}$$

- (3) 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 1 + \frac{1}{(n+1)^2} a_n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、すべての自然数 n に対して、不等式 $1 \leq a_n \leq 2$ が成り立つことを示せ。

3 三角形 OAB において、 $OA = 4$ 、 $OB = 5$ 、 $AB = 6$ とする。さらに辺 AB を 1 : 2 に内分する点を C とし、点 C から辺 OB に下ろした垂線と辺 OB の交点を H とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ とおくとき、以下の各問に答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。
- (2) $\vec{OH} = k\vec{b}$ を満たす実数 k の値を求めよ。
- (3) 三角形 HCB の外心を P とする。線分 OP の長さを求めよ。

4 $f(x) = 2\sqrt{1+x^2} - x$ とする。以下の各問に答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ。
- (2) 方程式 $f'(x) = 0$ を解け。
- (3) 2 つの極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x)$ および $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + 3x)$ を求めよ。
- (4) 関数 $y = f(x)$ の増減、極値、グラフの凹凸、漸近線を調べ、そのグラフの概形をかけ。

(注) 関数 $y = g(x)$ について、

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{y - (ax + b)\} = 0$$

または

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \{y - (ax + b)\} = 0$$

が成り立つとき、直線 $y = ax + b$ は曲線 $y = g(x)$ の漸近線である。