

令和3年度前期日程入学試験問題

数 学 A

教 育 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、2ページ(表紙、白紙を除く)です。試験開始後、確認してください。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

数 学 A

1 次の各問に答えよ。

(1) 正の整数 a, b に関する 2 つの条件 p, q を次のように定める。

$$p: a^2 + ab + b^2 \text{ は } 3 \text{ の倍数である}$$

$$q: a + 2b \text{ は } 3 \text{ の倍数である}$$

このとき、「必要条件であるが十分条件ではない」、「十分条件であるが必要条件ではない」、「必要十分条件である」、「必要条件でも十分条件でもない」のうち、次の にあてはまるものを理由をつけて答えよ。

$$p \text{ は } q \text{ であるための } \text{ }。$$

(2) 大中小 3 個のさいころを同時に投げる。小のさいころの目が偶数であったとき、3 個のさいころの目の積が正の整数 n, m を用いて $2^n \cdot 3^m$ と表される条件付き確率を求めよ。

2 x, y を条件

$$x \geq 1, x^3 \leq y \leq x^4, 5 \leq x^2 y^4 \leq 10$$

を満たす実数とすると、次の各問に答えよ。

(1) $X = \log_{10} x, Y = \log_{10} y$ とおくと、 X, Y が満たす連立不等式の表す領域を XY 平面上に図示せよ。

(2) xy の最小値と、そのときの x, y の値を求めよ。

3 3つの円 $C_1: (x-1)^2 + (y-4)^2 = 27$, $C_2: (x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$,
 $C_3: (x-4)^2 + y^2 = 10$ について、次の各問に答えよ。

- (1) C_1 と C_2 の2つの交点を通る直線 ℓ の方程式と、 C_1 と C_3 の2つの交点を通る直線 m の方程式を求めよ。
- (2) x 座標、 y 座標がともに整数である点を格子点という。 ℓ 上の格子点の座標と、 m 上の格子点の座標をすべて求めよ。
- (3) ℓ と m の交点の座標を (a, b) とする。 ℓ 上の格子点の x 座標で a 以上のものを小さい順に並べた数列を $\{a_n\}$ とし、 m 上の格子点の y 座標で b 以上のものを小さい順に並べた数列を $\{b_n\}$ とするとき、

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k b_k}$$

を求めよ。

4 a を実数とするとき、関数

$$f(x) = x^3 - 3(a+1)x^2 + 12ax - a \quad (x \geq 0)$$

の最小値 $m(a)$ について、次の各問に答えよ。

- (1) $a \leq 0$ のとき、 $m(a)$ を求めよ。
- (2) $m(a)$ を求めよ。