

令和3年度後期日程入学試験問題

数 学 E

工 学 部

注意事項

- ① 試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、3ページ(表紙、白紙を除く)です。試験開始後、確認してください。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。解答欄には答えのみを記入しなさい。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に記入しなさい。

数 学 E

注意：答えが分数になる場合は、既約分数で答えなさい。

1 以下の各問の にあてはまる答えを、解答用紙の指定の欄に記入しなさい。

- (1) 座標平面上の曲線 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ が表す図形を C_1 とする。 C_1 は (あ) である。 (あ) にあてはまるものを次の①～③の中から1つを選んで、その番号を記入しなさい。

① 放物線 ② 楕円 ③ 双曲線

さらに、方程式 $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0$ が表す図形を C_2 とする。
 C_2 は C_1 を x 軸方向に (い) , y 軸方向に (う) だけ平行移動したものである。

- (2) e は自然対数の底とする。関数 $f(x) = \frac{1}{2x} e^{x^2}$ の $x = 1$ における微分係数 $f'(1)$ は、 $f'(1) =$ (え) である。

- (3) 関数 $g(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 2)^2}$ の導関数を $g'(x)$ とする。方程式 $g'(x) = 0$ の解をすべて求めると、 $x =$ (お) である。あてはまる解をすべて、枠内に記入すること。

- (4) i は虚数単位とし、 $z = 1 + \sqrt{3} + (1 - \sqrt{3})i$ とする。 $(1 + \sqrt{3}i)z$ を計算して、 $a + bi$ (ただし、 a, b は実数) の形で表すと (か) になる。したがって、 z の極形式を $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ とおくと、 $r =$ (き) , $\theta =$ (く) である。ただし、 $-\pi \leq \theta < \pi$ とする。

(5) 次の定積分の値を求めよ。

(i) $\int_{-1}^1 (1+x+x^2)^2 dx = \boxed{\text{(け)}}$

(ii) $\int_4^7 \frac{2}{(x-3)(x-1)} dx = \boxed{\text{(こ)}}$

(6) 2直線 $-11x + 2y + 7 = 0$ と $2x + y + 2 = 0$ のなす角を θ とおくとき、
 $\cos \theta = \boxed{\text{(さ)}}$ である。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。

(7) 三角形 ABC において、 $\tan \angle BAC = 2$ 、 $\tan \angle ABC = 3$ とする。このとき、 $\tan \angle BCA = \boxed{\text{(し)}}$ である。次に、頂点 A、C からそれぞれ直線 BC、AB に下ろした 2 つの垂線の交点を H とする。ベクトル \overrightarrow{AH} を実数 s 、 t を使って $\overrightarrow{AH} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ と表すとき、このような s 、 t の組 (s, t) を求めると、 $(s, t) = \boxed{\text{(す)}}$ である。

(8) n を自然数とする。数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_n = \begin{cases} 2n & (n \text{ が奇数のとき}) \\ 2n - 1 & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和を S_n とおく。 m を自然数とする。 S_{2m} を m の式で表すと $S_{2m} = \boxed{\text{(せ)}}$ であり、 S_{2m-1} を m の式で表すと $S_{2m-1} = \boxed{\text{(そ)}}$ である。

2 H, I, T, A, C, H, I の 7 文字を横一列に並べて得られる順列を考える。以下の各問の にあてはまる答えを、解答用紙の指定の欄に記入しなさい。

- (1) 並べ方の総数は、 (た) 通りである。
- (2) C が A より左側にある並べ方は、 (ち) 通りである。
- (3) I と C が隣り合う並べ方は、 (つ) 通りである。
- (4) 同じ文字が連続して並ばない並べ方は、 (て) 通りである。
- (5) 2 つの H の少なくとも一方より A が左側にある並べ方は、 (と) 通りである。