

令和2年度前期日程入学試験問題

数 学 D

工 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、2ページ(表紙、白紙を除く)です。試験開始後、確認してください。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙の表面に記入しなさい。裏面に記入してはいけません。
解答用紙の裏面に解答しても、その部分は採点しません。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

数 学 D

1 以下の各問に答えよ。

(1) 次の極限を求めよ。

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - \sqrt{x^2 + 2x})$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{1}{x} \right)$

(2) 次の定積分を求めよ。

(i) $\int_0^1 \frac{3x^3 + 4x}{x^2 + 1} dx$

(ii) $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{16 - x^2}} dx$

(3) 関数 $f(x) = \frac{x^2 \cos \pi x}{3 + e^{x-1}}$ について、次の極限を求めよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+2h} f(x) dx$$

2 関数 $y = 2(\sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta) \cos \theta$ について、以下の各問に答えよ。

(1) y を、 $\cos 2\theta$ と $\sin 2\theta$ を用いて表せ。

(2) y を、 $r \sin(2\theta + \alpha) + \beta$ の形に表せ。ただし、 r, α, β は定数とし、 $r > 0$ 、 $-\pi \leq \alpha < \pi$ とする。

(3) $0 \leq \theta \leq \frac{4}{3}\pi$ の範囲で、 $y = 0$ となる θ の値をすべて求めよ。

3 以下の各問に答えよ。

- (1) a と b を正の整数の定数とする。3次方程式 $x^3 + ax^2 + (2-a)bx - b = 0$ が 1 を解にもつとき、定数 a, b の値の組 (a, b) をすべて求めよ。
- (2) 22^{70} の一の位の数をもとめよ。
- (3) 座標平面において、 k が実数全体を動くとき、直線 $y = 2kx - k^2$ が通る点の全体からなる領域を D とする。このとき、点 $(1, 5)$ が D に含まれるか、含まれないかを、理由を付して答えよ。

4 関数 $f(x) = -\log\left(x + \frac{1}{2}\right)$ について、以下の各問に答えよ。ただし、対数は自然対数とする。

- (1) 関数 $y = f(x)$ について、 x を y の式で表せ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$, x 軸, および y 軸で囲まれた図形 D の面積を求めよ。
- (3) (2) で定めた図形 D を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。