

## 令和 2 年度前期日程入学試験問題

# 数 学 B

## 理 学 部

### 注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、3 ページ(表紙, 白紙を除く)です。試験開始後、確認してください。
- ③ 問題は、**1** から **3** まで 3 問あります。すべてに解答しなさい。
- ④ 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ⑤ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。
- ⑥ 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示しなさい。

## 数 学 B

1  $O$  を原点とする座標平面において、中心が点  $P_1(1, 0)$  で半径が  $1$  の円を  $C_1$ 、中心が点  $P_2\left(\frac{1}{2}, 0\right)$  で半径が  $\frac{1}{2}$  の円を  $C_2$  とする。また、原点を通る直線と円  $C_1$ 、 $C_2$  との交点をそれぞれ  $Q_1$ 、 $Q_2$  とする。ただし、点  $Q_1$ 、 $Q_2$  は第 1 象限にあり、 $x$  軸の正の部分と半直線  $OQ_1$  のなす角  $\theta$  は  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  とする。このとき、以下の各問に答えよ。

- (1) 点  $(2, 0)$  を  $A$  とする。 $\angle AP_1Q_1$  と  $\angle AP_2Q_2$  をそれぞれ  $\theta$  を用いて表せ。
- (2) 点  $Q_1$  における円  $C_1$  の接線と、点  $Q_2$  における円  $C_2$  の接線が平行であることを証明せよ。
- (3) 点  $Q_1$  における円  $C_1$  の法線と接線、および点  $Q_2$  における円  $C_2$  の法線と接線の 4 つの直線で囲まれる図形の面積を  $S(\theta)$  とする。 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  における  $S(\theta)$  の最大値とそのときの  $\theta$  の値を求めよ。

2 0でない複素数 $z$ に対して、 $v = -\frac{1}{z}$ 、 $w = 2z^2 + 2z$ とする。複素数平面上で、点 $z$ が単位円周上を動くとき、以下の各問に答えよ。ただし、原点を中心とする半径1の円を単位円という。

- (1)  $v - z$  は実数であることを証明せよ。
- (2) 点 $z$ と点 $v$ が一致するときの $z$ の値をすべて求めよ。
- (3) 点 $z$ と点 $v$ が一致せず、かつ、点 $w$ が2点 $z$ 、 $v$ を通る直線上にあるときの $z$ 、 $v$ 、 $w$ の値の組をすべて求めよ。

3 以下の各問に答えよ。ただし、対数は自然対数とする。

(1)  $t > 1$  のとき、不等式  $\log t < 2\sqrt{t}$  を証明せよ。

(2) (1)を用いて、極限  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\log t}{t}$  を求めよ。

(3)  $t > 1$  のとき、不等式  $-\log t < \int_1^t \frac{\cos(tx)}{x} dx < \log t$  を証明せよ。

(4) 極限  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t (\log x) \sin(tx) dx$  を求めよ。