令和２年度推薦入試 入学試験問題

小論文

理学部　理学科

数学・情報数理コース

注意事項

① 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
② 問題冊子は，３ページ（表紙，白紙を除く）です。試験開始後，確認しなさい。
③ 問題は，$\boxed{1}$ から $\boxed{3}$ まで３問あります。すべてに解答しなさい。
④ 解答は，別紙の解答用紙に記入しなさい。
⑤ 受験番号は，解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。
⑥ 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示しなさい。

$\boxed{1}$ a と b を $a^2+b^2>0$ を満たす実数の定数とする。また，$f(x)$ を連続な関数とし，すべての実数 x に対して，次の関係式を満たしているとする。

$$\int_0^x f(t)\,dt = x(x-a)(x-b)$$

このとき, 以下の各問に答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ を求めよ。

(2) 方程式 $f(x)=0$ が相異なる 2 つの実数解をもつことを証明せよ。

(3) $g(x)=x(x-a)(x-b)$ とおく。関数 $g(x)$ が $x=-1$ で極大値 1 をとるように a と b を定めよ。ただし，$a \leqq b$ とする。

$\boxed{2}$ 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \int_{n\pi}^{(n+2)\pi} x \sin x \, dx \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

と定める。また

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k, \quad T_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} S_k$$

とおく。以下の各問に答えよ。

(1) a_n を求めよ。

(2) 数列 $\{S_n\}$ の収束，発散を調べ，収束するときはその極限値を求めよ。

(3) T_n を求めよ。

(4) 数列 $\{T_n\}$ の収束，発散を調べ，収束するときはその極限値を求めよ。

$\boxed{3}$ $f(x) = e^x - 3$ とし，座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。ただし，e は自然対数の底とする。a を実数とし，曲線 C 上の点 $\mathrm{P}(a, f(a))$ における C の接線と法線をそれぞれ ℓ, m とする。ℓ と x 軸との交点を A とし，m と x 軸との交点を B とする。このとき，以下の各問に答えよ。

(1) 曲線 C と x 軸との交点の x 座標 a_0 を求めよ。

(2) 点 A と B の座標をそれぞれ a を用いて表せ。

(3) a_0 を (1) で求めた実数とする。$a \neq a_0$ のとき，$\triangle\mathrm{PAB}$ の面積 $S(a)$ を求めよ。また，点 P から x 軸に下ろした垂線を PQ とするとき，$\triangle\mathrm{PAQ}$ の面積 $T(a)$ を求めよ。

(4) (1) と (3) で求めた $a_0, S(a), T(a)$ に関する極限 $\displaystyle\lim_{a \to a_0} \frac{S(a)}{T(a)}$ を求めよ。