令和８年度　学校推薦型選抜　入学試験問題

総合問題（数学，理科）A

工 学 部

（機械システム工学科　電気電子システム工学科　情報工学科　都市システム工学科）

解 答 例

1

問 1.

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}+\sqrt{7}} = \frac{2+\sqrt{3}-\sqrt{7}}{(2+\sqrt{3})^2-(\sqrt{7})^2} = \frac{2+\sqrt{3}-\sqrt{7}}{4\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}+3-\sqrt{21}}{4\cdot 3} = \underline{\frac{3+2\sqrt{3}-\sqrt{21}}{12}}$$

問 2. 命題は偽である。反例は, $a=3$, $b=\dfrac{1}{2}$ 実際, $a+b=\dfrac{7}{2}>1$ かつ $ab=\dfrac{3}{2}>1$ で条件 p を満たすが, $b=\dfrac{1}{2}<1$ なので条件 q を満たさない。

問 3. 不等式を $\log_2 x(x+1) \leqq \log_2 2$ と変形して, 真数を比較すると, 底 2 が 1 より大きいから, $x(x+1) \leqq 2$ が成り立つ。$x^2+x-2 \leqq 0$, $(x+2)(x-1) \leqq 0$, $-2 \leqq x \leqq 1$。さらに真数条件より $x+1>0$ かつ $x>0$, すなわち $x>0$ との共通部分を取ると, $\underline{0<x \leqq 1}$ となり, これが求める解である。

問 4. 簡単のため, $\dfrac{1}{2}=r$ とおくと, 数列の定義から $\displaystyle\sum_{k=1}^{10} a_k = a_1+a_3+a_5+a_7+a_9 = 1+r^2+r^4+r^6+r^8 = \frac{1-r^{10}}{1-r^2} = \frac{1-\frac{1}{1024}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{1023}{1024}\times\frac{4}{3} = \underline{\frac{341}{256}}$

(別解) $1+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{16}+\dfrac{1}{64}+\dfrac{1}{256} = \dfrac{256+64+16+4+1}{256} = \dfrac{341}{256}$.

問 5. 少なくとも一方のさいころの出る目が偶数となるのは, 全体の場合の数から両目とも奇数になる場合の数を引いて $6^2-3^2=27$ 通り。このうち, 2 個のさいころの出る目の積が 6 の倍数となるのは, 片方の目が 6 の場合はもう一方の目は何でもよく $5\times 2+1=11$ 通り。片方の目が 2 または 4 のとき, もう一方の目は 3 なので, $2\times 2=4$ 通り, 合計 $11+4=15$ 通り。よって, 求める確率は $\dfrac{15}{27}=\underline{\dfrac{5}{9}}$

2

問 1.

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\sin(a+h)-\sin a-\big(\sin(a-h)-\sin a\big)}{h}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sin(a+h)-\sin a}{h}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\sin(a-h)-\sin a}{-h}$$
$$\to\frac{1}{2}\cos a+\frac{1}{2}\cos a=\underline{\cos a}\quad(h\to 0)$$

(別解)

$$\frac{\sin(a+h)-\sin(a-h)}{2h}=\frac{\sin a\cos h+\cos a\sin h-(\sin a\cos h-\cos a\sin h)}{2h}=\frac{2\cos a\sin h}{2h}$$
$$=\cos a\cdot\frac{\sin h}{h}\to\cos a\cdot 1=\underline{\cos a}\quad(h\to 0)$$

問 2. $x^2-y^2=1$ の両辺を x で微分すると $2x-2y\dfrac{dy}{dx}=0$ より $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x}{y}$ となる。よって, $(\sqrt{2},-1)$ における接線の傾きは $-\sqrt{2}$. よって, 求める方程式は $y+1=-\sqrt{2}(x-\sqrt{2})$, $\underline{y=-\sqrt{2}x+1}$ である。

問 3. 左辺を $\cos 3\theta+i\sin 3\theta$ と変形した後, 両辺の実部と虚部を比較して $\cos 3\theta=\dfrac{1}{2}$ かつ $\sin 3\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を得る。よって, $3\theta=\dfrac{\pi}{3}+2n\pi$, $\theta=\dfrac{\pi}{9}+\dfrac{2n\pi}{3}$ $(n=0,1,2,\cdots)$ となる。このうち, $0\leqq\theta<2\pi$ の範囲にあるのは, $\underline{\theta=\dfrac{\pi}{9},\dfrac{7\pi}{9},\dfrac{13\pi}{9}}$ である。

問 4. (i) $\displaystyle\int_0^1(2x-1)^8dx=\frac{1}{9\cdot 2}[(2x-1)^9]_0^1=\frac{1}{9\cdot 2}(1^9-(-1)^9)=\underline{\frac{1}{9}}$

(ii) 余弦に関する 2 倍角の公式 $\cos^2 x-\sin^2 x=\cos 2x$ を使うと,

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x dx=\frac{1}{2}[\sin 2x]_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{2}\left(\sin\frac{\pi}{2}-0\right)=\underline{\frac{1}{2}}$$

3　解答例

問1．　点 A と点 B の距離がL_1であることから鉛直方向の高さの変化分は$L_1 \sin\theta$である。よって，位置エネルギーの減少分は

$$U = mgL_1 \sin\theta \text{ [J]}$$

問2．　物体と斜面の間に働く動摩擦力の大きさ$\mu' mg\cos\theta$である。したがって摩擦力のする仕事Wは

$$W = -\mu' mgL_1 \cos\theta \text{ [J]}$$

問3．　点 A と点 B での力学的エネルギーの差ΔKを考える。物体は点 A から点 B への移動で位置エネルギーを$mgL_1 \sin\theta$だけ失う。また，斜面を下る際に摩擦力のする仕事は$-\mu' mgL_1 \cos\theta$である。したがって，$\Delta K = mgL_1 \sin\theta - \mu' mgL_1 \cos\theta$。また，点 A で初速度 0，点 B で速度$v$であることから

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgL_1 \sin\theta - \mu' mgL_1 \cos\theta$$

よって，

$$v = \sqrt{2gL_1(\sin\theta - \mu'\cos\theta)} \text{ [m/s]}$$

（別解 1）運動方程式$ma = mg\sin\theta - \mu' mg\cos\theta$から，加速度$a = g\sin\theta - \mu' g\cos\theta$を求め，等加速度運動の速さに関する公式${v^2} - {v_0}^2 = 2aL_1$を用いて，$v_0 = 0$より，上記を得ても良い。

（別解 2）初速度 0 の等加速度運動の移動距離に関する公式$at^2/2 = L_1$と速さの公式$v = v_0 + at$を用いて上記を得ても良い。つまり，$t = \sqrt{2L_1/a}$ であり，$v_0 = 0$より，$v = at$から上記を得る。

問4．　物体は鉛直方向に自由落下する。したがって，物体がhだけ自由落下するのにかかる時間がtであり，$h = \frac{1}{2}gt^2$である。よって，

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ [s]}$$

問5．　水平面 BC は滑らかであるため，物体は点 C から問 3 で求めた速さvで水平に飛び出す。物体が地面にぶつかるまでの時間は問 4 より$t = \sqrt{2h/g}$であることから水平方向の到達距離L_2は，$L_2 = vt$より，

$$L_2 = 2\sqrt{hL_1(\sin\theta - \mu'\cos\theta)} \text{ [m]}$$

4 解答例

問1.

一様な電場であるので，電場の向きはともに下向き（P→Q の向き）である。また，その強さ E は，

$$E = \frac{6}{1.2} = 5.0\text{N/C}$$

となる。

問2.

問1の結果から，一様な電場の強さは，$E = 5.0\text{N/C}$ である。$q = -1.6 \times 10^{-15}\text{C}$ の電荷が，電場から受ける静電気力の向きは，電場の向きと逆の上向き（Q→P の向き）である。また，その大きさ F は，

$$F = |q|E = 1.6 \times 10^{-15} \times 5.0 = 0.8 \times 10^{-14}\text{N}$$

である。

問3.

静電気力は保存力であるので，電荷を運んだときに静電気力がする仕事は，始点と終点の電位差のみで決まる。

電荷の電気量を q，各点の電位を V_A，V_B，V_C，V_D，各区間の仕事を W_{AB}，W_{BC}，W_{CD} とすると，各区間で静電気力がする仕事は以下の式で求めることができる。

$$W_{AB} = q(V_A - V_B)[\text{J}], \quad W_{BC} = q(V_B - V_C)[\text{J}], \quad W_{CD} = q(V_C - V_D)[\text{J}]$$

図で与えられた等電位線から，

$$V_A - V_B = 3\text{V}, \quad V_B - V_C = 0\text{V}, \quad V_C - V_D = -2\text{V}$$

であるので，各区間の仕事は，

$$W_{AB} = 3\text{J}, \quad W_{BC} = 0\text{J}, \quad W_{CD} = -2\text{J}$$

となる。

問4.

点 D における電荷の位置エネルギー U_D は，電荷の電気量 q と点 D の電位 V_D の積である。すなわち，

$$U_D = qV_D = 3.2 \times 10^{-15} \times 4 = 1.28 \times 10^{-14}\text{J}$$

となる。

電荷は正電荷であるので，電場から受ける静電気力により，点 D から下向き（P→Q の向き）に移動する。電荷が金属板 Q に到達したときの速さを v とすると，力学的エネルギー保存則より，以下の式が成り立つ。

$$0 + U_D = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

この式を v について解くと,

$$v = \sqrt{\frac{2U_D}{m}} = \sqrt{\frac{2\times1.28\times10^{-14}}{1.0\times10^{-26}}} = 1.6\times10^6\text{m/s}$$

となる。