令和８年度学校推薦型選抜 入学試験問題

数　学

理学部　理学科

数学・情報数理コース

注意事項

① 試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

② 問題冊子は，３ページ（表紙，白紙を除く）です。試験開始後，確認しなさい。

③ 解答は，別紙の解答用紙に記入しなさい。

④ 受験番号は，解答用紙の指定の欄に用紙ごとに正しく記入しなさい。

⑤ 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁，解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

⑥ 問題は，[1] から [3] まで３問あります。すべてに解答しなさい。

⑦ 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示しなさい。

1 以下の各問に答えよ。

(1) 2つの空間ベクトル $\vec{a}=(1,2,1)$, $\vec{b}=(0,1,1)$ のなす角 θ を求めよ。ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする。

(2) 2次方程式 $x^2+2x+4=0$ の2つの虚数解のうち虚部が正であるものを α とおく。このとき，α^{10} を求めよ。

(3) 3つの実数 a,b,c がこの順で等差数列であり，$\dfrac{a+b+c}{3}=2$ を満たすとする。さらに，c,a,b がこの順で等比数列であるとき，a,b,c を求めよ。ただし，a,b,c はそれぞれ異なるとする。

(4) 1個のさいころを2回続けて投げ，1回目に出た目を a，2回目に出た目を b とする。このとき，$ab<2(a+b)$ となる確率を求めよ。

2 a は正の実数とする。座標平面において，直線 $\ell : y = ax$ 上にない点 $\mathrm{P}(s, t)$ をとる。また，直線 ℓ に関して，点 P と対称な点を $\mathrm{Q}(u, v)$ とおく。このとき，以下の各問に答えよ。

(1) 点 P を通り，直線 ℓ と垂直に交わる直線の方程式を求めよ。

(2) u, v をそれぞれ a, s, t を用いて表せ。

(3) 直線 ℓ と x 軸のなす角を α とする。$s = \cos\beta,\ t = \sin\beta$ のとき，

$$u = \cos(2\alpha - \beta), \quad v = \sin(2\alpha - \beta)$$

と表されることを証明せよ。ただし，$0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$, $0 \leqq \beta < 2\pi$, $\beta \neq \alpha$, $\beta \neq \alpha + \pi$ である。

3 m を実数の定数とし，2つの関数

$$f(x)=\frac{3x}{1-x},\qquad g(x)=mx^2-2mx-6$$

を考える。座標平面において，曲線 $y=f(x)$ を C_1，曲線 $y=g(x)$ を C_2 とする。このとき，以下の各問に答えよ。

(1) 関数 $y=f(x)$ のグラフをかけ。また，漸近線を求めよ。

(2) 2つの曲線 C_1 と C_2 は，m の値によらず点 $(2,-6)$ を共有点にもつことを示せ。さらに，点 $(2,-6)$ において C_1 と C_2 が共通の接線をもつ場合の m の値を求めよ。

(3) $m=\dfrac{1}{2}$ のとき，2つの曲線 C_1 と C_2 の共有点の x 座標をすべて求めよ。また，C_1 と C_2 によって囲まれた部分の面積 S を求めよ。