

# 令和7年度前期日程入学試験問題

## 数 学 $D$

### 工 学 部

#### 注 意 事 項

- ① 試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、3ページ(表紙、白紙を除く)です。試験開始後、確認下さい。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙の表面に記入下さい。裏面に記入してはいけません。  
解答用紙の裏面に解答しても、その部分は採点しません。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に用紙ごとに正しく記入下さい。
- ⑤ 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示下さい。

## 数 学 D

1 以下の各問に答えよ。ただし、対数は自然対数とし、 $e$  は自然対数の底とする。

(1) 次の極限を求めよ。

(i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^3 - x^2 - 2x + 2}$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \sin \frac{3}{x} - \sin \frac{1}{x} \right)$

(2) 次の定積分を求めよ。

(i)  $\int_0^3 \frac{x}{(4-x)^3} dx$

(ii)  $\int_1^{e^2} (\log x)^2 dx$

(3)  $a \neq 0$  を実数の定数とする。関数  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{x+a}}$  の  $x = a$  における微分係数  $f'(a)$  が  $\sqrt[3]{4}$  となるような  $a$  の値を求めよ。

**2**

以下の各問に答えよ。

(1)  $x = \frac{2}{\sqrt{5}-1}$  のとき、次の (i) と (ii) の式の値をそれぞれ求めよ。

(i)  $x^3 + \frac{1}{x^3}$

(ii)  $x^4 + \frac{1}{x^4}$

(2) A チームと B チームが続けて試合をしていき、先に 4 勝した方が優勝とする。A チームの勝つ確率が  $\frac{1}{3}$  のとき、6 試合目で A チームが優勝する確率を求めよ。ただし、引き分けはないものとする。

(3)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき、 $2 \sin^2 \theta - \cos^2 \theta - \sin \theta + a = 0$  を満たす  $\theta$  がちょうど 2 つであるような定数  $a$  の値の範囲を求めよ。

**3** 以下の各問に答えよ。

(1) 公比が  $\sqrt{2}$  である等比数列  $\{a_n\}$  について、 $\sum_{k=5}^{10} a_k = 14$  であるとき、初項  $a_1$  を求めよ。

(2)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、次の不等式を解け。

(i)  $6 \tan \theta + 2\sqrt{3} > 0$

(ii)  $\sin \theta > \sqrt{3} \cos \theta - 1$

(3)  $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $x + 7y = 1$  のとき、 $\frac{1}{7x} + \frac{1}{y}$  の最小値を求めよ。また、そのときの  $x$ ,  $y$  の値をそれぞれ求めよ。

**4** 以下の各問に答えよ。

(1) 座標空間において、2点  $A(2, -1, 3)$ ,  $B(3, -2, 4)$  を通る直線  $AB$  上の点のうち、原点から最も近いところにある点  $P$  の座標を求めよ。

(2) 複素数平面上において、点  $z$  が原点を中心とする半径 2 の円周上を動くとき、 $w = \frac{1}{1-z}$  で表される点  $w$  は、どのような図形を描くか答えよ。

(3) 連続関数  $f(x)$  が  $f(1) = 5$  を満たすとき、以下の極限を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1} \int_1^x t^2 f(t) dt$$