

令和7年度 総合型選抜 入学試験問題

小論文 C

工学部

(都市システム工学科)

解答例

1

問 1. $2x - 1 < -3$ または $2x - 1 > 3$ より, 求める解は

$$\underline{x < -1 \text{ または } x > 2}$$

問 2. $p(x) = x^3 + 4x^2 - 11x - 30$ とおく。 $p(-2) = -8 + 16 + 22 - 30 = 0$ であるので, 因数定理から $p(x)$ は $x + 2$ で割り切れる。このとき,

$$p(x) = (x + 2)(x^2 + 2x - 15) = (x + 2)(x - 3)(x + 5)$$

となる。従って, $x^3 + 4x^2 - 11x - 30 = (x + 2)(x - 3)(x + 5) = 0$ の解は,

$$\underline{x = -5, -2, 3}$$

問 3. 命題「 $p \implies q$ 」は偽である。 $a = 2, b = 0$ のとき, $a^2 + b^2 = 2^2 + 0^2 = 4 < 5$ となり, 条件 p を満たすが, $|a| = 2 > 1$ であるから, 条件 q を満たさない。よって, $a = 2, b = 0$ はこの命題の反例である。

問 4. $X \asymp Y$ かつ $X \asymp Z$ となる確率を求めればよい。そのような条件を満たす出る目 (X, Y, Z) の場合の総数は, $6 \cdot 5 \cdot 5$ 通りである。従って, 求める確率は以下となる。

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 5}{6^3} = \underline{\frac{25}{36}}$$

問 5. 公差 $\frac{1}{2}$ であるので, 任意の自然数 n について, $a_n - a_{n+2} = -1$ である。従って,

$$\sum_{n=1}^{50} (a_n - a_{n+2}) = \sum_{n=1}^{50} (-1) = \underline{-50}$$

2

問 1. $\left| \frac{1+3i}{2-i} \right| = \frac{|1+3i|}{|2-i|} = \frac{\sqrt{1^2+3^2}}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \underline{\sqrt{2}}$

問 2. $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$ より, 極限值が存在するためには $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax + 8) = 0$ でなくてはならない。
よって, $4 + 2a + 8 = 0$ から $\underline{a = -6}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-4)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-4) = \underline{-2}$$

問 3. (i) 合成関数の微分法より, $f'(x) = \frac{1}{2}(x^4 + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x^4 + 1)' = 4x^3 \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x^4 + 1}} = \underline{\frac{2x^3}{\sqrt{x^4 + 1}}}$
(ii) 積の微分法より,

$$\begin{aligned} g'(x) &= (x+2)' \sin 3x + (x+2)(\sin 3x)' \\ &= \underline{\sin 3x + 3(x+2) \cos 3x} \end{aligned}$$

問 4. $x-2=t$ とおくと, $x=2+t$ であり, $\frac{dx}{dt} = 1$ より $dt = dx$ である。さらに, x が 2 から 3 まで変化すると, t は 0 から 1 まで変化するから,

$$\begin{aligned} \int_2^3 x(x-2)^2 dx &= \int_0^1 (2+t)t^2 dt = \int_0^1 (2t^2 + t^3) dt \\ &= \left[\frac{2}{3}t^3 + \frac{1}{4}t^4 \right]_0^1 = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \underline{\frac{11}{12}} \end{aligned}$$

3

問 1. 点 A での力学的エネルギーは重力による位置エネルギーのみであり、点 B を高さの基準とすることから、 $mgL(1 - \cos \theta_1)$ で表される。そして点 B では重力による位置エネルギーは 0 になる。点 AB 間で力学的エネルギー保存則より、

$$mgL(1 - \cos \theta_1) + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

が成り立つ。これより点 B を通過する速さ v_B は $v_B = \sqrt{2gL(1 - \cos \theta_1)}$ と表せる。

問 2. θ_2 まで振れたとすると点 B を基準とした点 C までの高さは $L(1 - \cos \theta_2)$ となる。おもりの点 B での運動エネルギーが、角度 θ_2 では重力による位置エネルギーと運動エネルギーに変化するので、点 BC 間で力学的エネルギー保存則より、

$$0 + \frac{1}{2}mv_B^2 = mgL(1 - \cos \theta_2) + \frac{1}{2}mv_C^2$$

が成り立つ。この式に問 1 で求めた v_B を代入すると、

$$0 + \frac{1}{2}m\{2gL(1 - \cos \theta_1)\} = mgL(1 - \cos \theta_2) + \frac{1}{2}mv_C^2$$

となる。これより点 C を通過する速さ v_C は $v_C = \sqrt{2gL(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}$ と表せる。

問 3. 時刻 t での鉛直方向の速さは $v_C \sin \theta_2 - gt$ となる。放物運動の最高点ではこれが 0 に等しいので、 t は次の式で表せる。

$$t = \frac{v_C \sin \theta_2}{g} = \sqrt{2gL(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)} \sin \theta_2 / g$$

問 4. 点 B を基準とした放物運動の高さは次の式で表すことができる。

$$y = L(1 - \cos \theta_2) + v_C \sin \theta_2 t - \frac{1}{2}gt^2$$

これに問 3 で求めた時間 t を代入したものが最高点 h_{max} となる。

$$h_{max} = L(1 - \cos \theta_2) + v_C \sin \theta_2 (v_C \sin \theta_2 / g) - \frac{1}{2}g(v_C \sin \theta_2 / g)^2$$

この式を整理すると

$$h_{max} = L(1 - \cos \theta_2) + \frac{1}{2}(v_C \sin \theta_2)^2 / g$$

となり問 2 で求めた点 C を通過する速さ v_C を代入して整理すると最高点 h_{max} は

$$\begin{aligned} h_{max} &= L(1 - \cos \theta_2) + \{L(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)\}(\sin \theta_2)^2 \\ &= L\{(1 - \cos \theta_2) + (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)(\sin \theta_2)^2\} \end{aligned}$$

と表せる。

(なお、 h_{max} を力学的エネルギー保存則から求めてもよい。)

4

- 問1. 十分に時間が経過しているので、コンデンサーの充電が完了し PQ 間に電流は流れない。よって、電池と抵抗だけの回路とみなして計算できる。AB よりも下部の抵抗値は $3R$ (R と $2R$ の直列) であり, AB より上部の抵抗値は $\frac{3}{2}R$ ($3R$ と $3R$ ($2R$ と R の直列) の並列) である。よって, 全抵抗値は $3R + \frac{3}{2}R = \frac{9}{2}R$ となり, 点 A を流れる電流は,

$$I_A = \frac{2E}{9R} [\text{A}]$$

と求まる。

- 問2. AB より上部の並列部分のそれぞれの抵抗は共に $3R$ (下側は $2R$ と R の直列) となる。よって, 点 A からの電流の半分が, 最上部の $3R$ の抵抗を流れる。これより最上部の $3R$ の抵抗での電圧差の大きさ(すなわち AB 間の電位差の大きさ)は,

$$V_{AB} = 3R \times \frac{1}{2} \times \frac{2E}{9R} = \frac{E}{3} [\text{V}]$$

と求まる。

- 問3. PB 間の電位差の大きさは,

$$V_{PB} = R \times \frac{1}{2} \times \frac{2E}{9R} = \frac{E}{9} [\text{V}]$$

と求まる。次に BQ 間の電位差の大きさは,

$$V_{PB} = 2R \times \frac{2E}{9R} = \frac{4E}{9} [\text{V}]$$

と求まる。したがって, PQ 間の電位差の大きさは, これらを合計して,

$$V_{PQ} = \frac{5E}{9} [\text{V}]$$

と求まる。

- 問4. コンデンサーに蓄えられる静電エネルギー U は, 問3 で求めた結果を使って,

$$U = \frac{1}{2} C V_{PQ}^2 = \frac{1}{2} \times C \times \left(\frac{5E}{9} \right)^2 = \frac{25CE^2}{162} [\text{J}]$$

と求まる。