

平成 22 年度推薦入学試験問題

小論文

理学部 理学科

数学・情報数理コース

物理学コース

問題の選択方法について

- ① 必修問題（ページ 1）は必ず解答しなければなりません。
- ② 選択問題は数学問題（ページ 2）と物理学問題（ページ 3～6）のいずれかを選択しなさい。

選択問題は、出願コースによらず、どちらの問題を選択してもかまいません。数学問題を選択する人は「数学 1」と「数学 2」の両方を解答しなさい。物理学問題を選択する人は「物理学 1」と「物理学 2」の両方を選択しなさい。

注意事項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 受験番号は解答用紙の指定の欄に、各用紙ごと 6 枚全部に記入しなさい。
- ③ 解答は、問題ごとに指定された解答用紙（必修問題用の解答用紙 2 枚と選択問題用の解答用紙 2 枚の合計 4 枚）に記入しなさい。
- ④ 試験終了後、次の順序で解答用紙を回収します。(1) 選択しなかった問題の解答用紙 2 枚, (2) 選択した問題の解答用紙 2 枚, (3) 必修問題の解答用紙 2 枚。それぞれ 2 枚の解答用紙を上から（その 1）、（その 2）の順に重ねておいてください。

必修問題

4つの実数の定数 a, b, p, q に対し関数 $f(x)$ を次式で定める。

$$f(x) = pe^{ax} \sin(bx) + qe^{ax} \cos(bx)$$

このとき以下の各問に答えよ。

- (1) $f''(x) - 2af'(x) + (a^2 + b^2)f(x)$ を計算せよ。
- (2) $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ であるとき, p と q を求めよ。
- (3) (2) のもとで, $f(x)$ が極小となる x と, そのときの極小値をすべて求めよ。

数学1

$a > 0$ とする。2つの曲線 $y = \frac{x^2}{a}$ と $y = 1 - ax^2$ の囲む図形の面積を $f(a)$ とする。以下の各問に答えよ。

- (1) 2つの曲線の交点の x 座標を a を用いて表せ。
- (2) $f(a)$ を求めよ。
- (3) 関数 $f(a)$ の値の取り得る範囲を求めよ。

数学2

以下の命題が真である場合は証明し、偽である場合は反例をあげよ。

- (1) 実数 a, b が $a \neq 1, b \neq 1$ かつ $a > b > 0$ を満たすならば $\log_a b \leq \log_b a$ が成り立つ。
- (2) A, B が2次正方行列ならば $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$ が成り立つ。
- (3) 开区間 $(0, 1)$ を定義域とする関数 $f(x)$ が $x = \frac{1}{2}$ で微分可能ならば $f(x)$ は $x = \frac{1}{2}$ で連続である。

物理学 1

水平面と斜面からなる装置があり、大きさの無視できる小物体の斜面上の運動を観察する。水平面と斜面のなす角度は θ ($0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$) [rad] であり、図 1 のように、水平面と斜面の交線方向に x 軸を、斜面に沿って x 軸と垂直方向に y 軸をとる。原点 O から x 軸となす角度 ϕ ($0 < \phi < \frac{\pi}{2}$) [rad] の斜面上に沿った方向に、質量 m の小物体を速さ v_0 (> 0) で発射する。重力加速度の大きさを g とする。斜面はなめらかで小物体には摩擦は働かない。また、斜面は十分に大きくて小物体が運動の途中で斜面から水平面に落ちることはない。下の問に答えよ。解答は導出過程も含めて記述せよ。

- 問 1 x, y 方向の加速度をそれぞれ a_x, a_y として、運動方程式を書け。
- 問 2 小物体を発射した時刻を $t = 0$ とする。時刻 t ($0 \leq t \leq t_1$) での小物体の位置 $(x(t), y(t))$ を求めよ。ただし、 t_1 (> 0) は小物体の y 座標が 0 となる時刻である。 t_1 を求めよ。
- 問 3 問 2 で、 y 座標が最も大きくなる時刻を求めよ。
- 問 4 $0 \leq t \leq t_1$ において、小物体が斜面上に描く軌跡、すなわち y と x の関係を求めよ。このとき、 x の取り得る範囲を明示せよ。
- 問 5 $t = t_1$ における x 座標 $x(t_1)$ は θ に依存する。 $x(t_1)$ が最も小さくなる θ を求めよ。

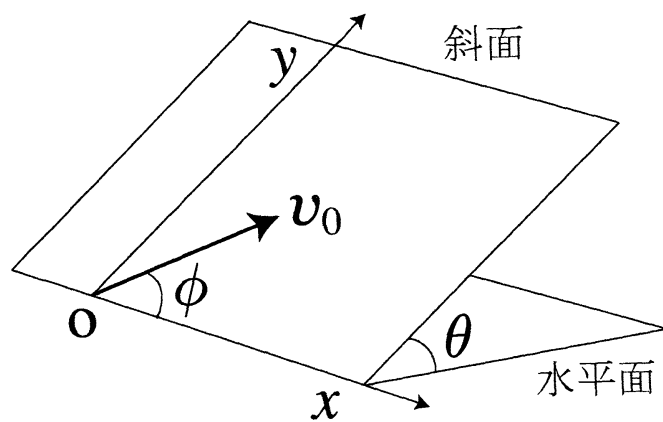


図 1: 小物体の運動する斜面

物理学2

下の問に答えよ。解答は導出過程も含めて記述せよ。

問1 同じ電気容量 C [F] の2つのコンデンサー C_1, C_2 , 両極間の電位差が V [V] の電池, スイッチ S を図2のように接続した。最初 S は1,2 のどちら側にも接続されていない, また両コンデンサーは完全に放電された状態にある。

- (1) S を1の側に入れて十分に時間が経った。 C_1 の極板上にたまった電気量を求めよ。
- (2) 次に, S を1から切り離し今度は2の側に入れ十分に時間が経った。 C_2 の極板上にたまった電気量を求めよ。
- (3) 続けて, S を2から切り離し, 再び1の側に入れて C_1 を充電した後, S を2の側に入れ十分に時間が経った。 C_2 の極板上にたまった電気量を求めよ。
- (4) このように S の切り替えを何度もくり返した。 C_2 の極板上にたまった電気量はどのような値に近づくか。

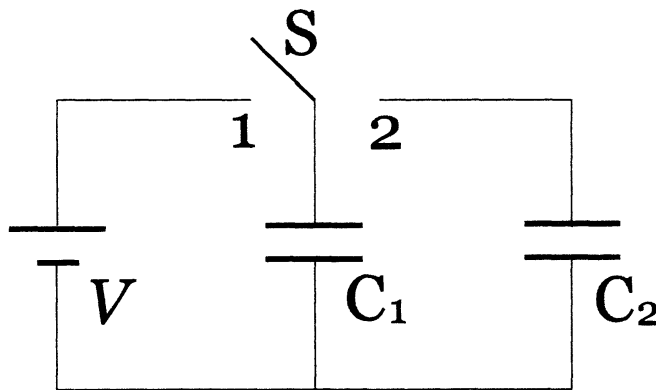


図2: 問1の回路。コンデンサー C_1, C_2 の電気容量はともに C [F] である。

問2 同じ電気容量 C [F] の2つのコンデンサー C_1, C_2 , 両極間の電位差が V_1, V_2 [V] の2つの電池, 2つのスイッチ S_1, S_2 を図3のように接続した。最初 S_1, S_2 ともに開いており, 両コンデンサーは完全に放電された状態にある。

- (1) S_1 を閉じて十分に時間が経った。 C_1 の極板上にたまった電気量を求めよ。
- (2) 次に, S_1 を開いた後, 今度は S_2 を閉じ十分に時間が経った。 C_2 の極板上にたまった電気量を求めよ。
- (3) 続けて, S_2 を開き, 再び S_1 を閉じて C_1 を充電した後, S_1 を開いて S_2 を閉じ十分に時間が経った。 C_2 の極板上にたまった電気量を求めよ。
- (4) このように S_1 と S_2 の開閉を何度もくり返した。 C_2 の極板上にたまった電気量はどのような値に近づくか。

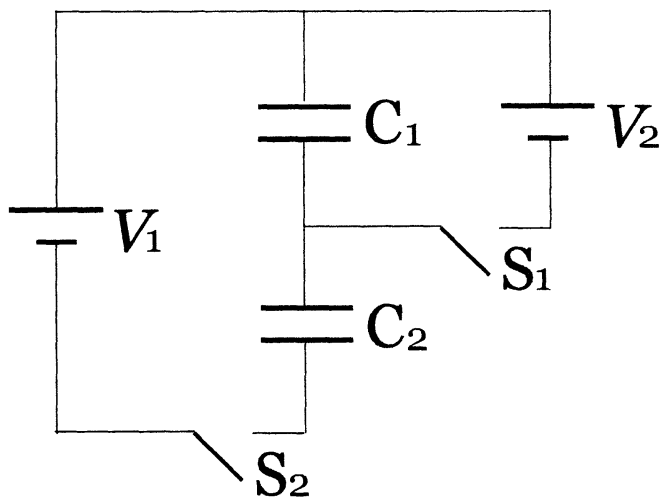


図3: 問2の回路。コンデンサー C_1, C_2 の電気容量はともに C [F] である。