

平成 22 年度後期日程入学試験問題

数 学 B

教 育 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ③ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

## 数 学 B

1 定数  $a, b, c$  が、負でないすべての整数  $n$  に対して

$$\sum_{k=0}^n \frac{k^2}{2^k} = a - \frac{n^2 + bn + c}{2^n}$$

となるように取れることを示したい。次の各問に答えよ。

- (1)  $n = 0, 1, 2$  のすべての場合に上の等式が成り立つように定数  $a, b, c$  を定めよ。
- (2) (1)で定められた定数  $a, b, c$  は負でないすべての整数  $n$  に対して上の等式を満たしていることを示せ。

2  $a$  を正の実数とし、 $f(x) = \sin x + \cos x$ ,  $g(x) = \sin x + a \cos x$  とするとき、次の各問に答えよ。

- (1)  $0 \leq x \leq \pi$  での  $f(x)$  の最大値を求めよ。
- (2)  $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$  での  $g(x)$  の最大値が  $\sqrt{a^2 + 1}$  となるときの  $a$  の条件を求めよ。

3 さいころを4回投げる。出た目の数を順に  $a, b, c, d$  とするとき、次の各問に答えよ。

- (1)  $a^2$  を4で割ると余りは0か1であることを示せ。
- (2)  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$  が4の倍数となる確率を求めよ。
- (3) 積  $abcd$  が4の倍数となる確率を求めよ。

4

放物線,  $A: y = x^2$  と  $y$  軸上に中心  $B$  を持つ円  $C$  が 2 点  $P, Q$  で接している。

$\angle PBQ = 120^\circ$  であるとき, 次の各問に答えよ。

- (1) 円  $C$  の方程式を求めよ。
- (2) 放物線  $A$  と円  $C$  とで囲まれた領域(放物線より上で円より下の部分)の面積を求めよ。