

平成 22 年度前期日程入学試験問題

数 学 A

教 育 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ③ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

## 数 学 A

**1**  $\triangle ABC$ において $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$ の大きさと対辺の長さをそれぞれ $A$ ,  $B$ ,  $C$ および $a$ ,  $b$ ,  $c$ で表す。 $\triangle ABC$ の面積を $S$ とするとき、次の各問に答えよ。

(1)  $\frac{\sin A}{\sin B \sin C} = \frac{\cos B}{\sin B} + \frac{\cos C}{\sin C}$ を示せ。

(2)  $\sin A$ ,  $\sin B$ ,  $\sin C$ ,  $\frac{\sin A}{\sin B \sin C}$ を $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $S$ で表せ。

(3)  $a \geq b \geq c$ ならば,  $\frac{\cos A}{\sin A} \leq \frac{\cos B}{\sin B} \leq \frac{\cos C}{\sin C}$ となることを示せ。

**2**  $f(x) = 9^x - 2 \cdot 3^{x+1} - 7$ とするとき、次の各問に答えよ。

(1)  $f(x) \leq 0$ となる実数 $x$ の範囲を求めよ。

(2)  $(x^2 - 4)f(x) \leq 0$ となる実数 $x$ の範囲を求めよ。

**3**  $a, b$ を正の実数とする。放物線 $C_1: y = x^2 - a$ と放物線 $C_2: y = -b(x - 2)^2$ は、共に、点 $P(x_0, y_0)$ において直線 $l$ に接しているとする。 $S_1$ を直線 $x = 0$ と放物線 $C_1$ と接線 $l$ で囲まれた領域の面積とし、 $S_2$ を直線 $x = 2$ と放物線 $C_2$ と接線 $l$ で囲まれた領域の面積とするとき、次の各問に答えよ。

(1)  $a, x_0, y_0$ を $b$ で表せ。

(2) 面積の比 $S_1 : S_2$ を $b$ で表せ。

4 自然数  $m, n$  に対して,  $m = qn + r, 0 \leq r < n$  となる整数  $q$  と  $r$  をそれぞれ  $m$  を  $n$  で割ったときの商と余りという。ここでは  $m$  を  $n$  で割ったときの余り  $r$  を  $m@n$  で表すことにする。  $a, b, c$  を自然数とするとき, 次の各問に答えよ。

- (1)  $1^2@3, 2^2@3, 3^2@3$  を求め,  $a > 3$  に対して  $a^2@3$  を求めよ。
- (2)  $(a + b)@c = \{(a@c) + (b@c)\}@c$  となることを示せ。
- (3)  $a^2 + b^2 = c^2$  のとき  $a, b$  の少なくともひとつは 3 の倍数であることを示せ。