平成21年度後期日程入学試験問題

総 合 問 題

工学部　電気電子工学科

注 意 事 項

① 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

② 解答は，それぞれ所定の解答用紙に記入しなさい。

③ 受験番号は，解答用紙の指定の欄に記入しなさい。

◇M18(657—100)

1 次の文中の $\boxed{}$ に適した数式または言葉を記せ。ただし，単位については問題末尾にまとめて示してある。

図1に示すように，原点をOとし，互いに直角に交わる座標軸を x 軸，y 軸とする。x 軸，y 軸の基本ベクトルをそれぞれ $\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$ とする。この座標平面上を動く点Pを考える。時刻 t における点Pの座標を $(x,\ y)$ とすると，x，y はともに t の関数となり，$x=f(t)$，$y=g(t)$ と表せる。t の変化にともなって，点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ は1つの曲線(図1では円となっている。)を描く。

座標 x，y の時刻 t における微分係数 $\dfrac{dx}{dt}(=f'(t))$，$\dfrac{dy}{dt}(=g'(t))$ をそれぞれ点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の x 軸方向の速度，y 軸方向の速度といい，時刻 t における点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の速度(速度ベクトルともいう。)は，$\vec{v}=\dfrac{dx}{dt}\vec{e_1}+\dfrac{dy}{dt}\vec{e_2}$ と表される。速度 $\vec{v}$ の大きさは $v=|\vec{v}|=\sqrt{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2+\left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2}$ となり，これを時刻 t における点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の速さという。

同様に，時刻 t における点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の加速度(加速度ベクトルともいう。)は，$\vec{a}=\dfrac{d^2x}{dt^2}\vec{e_1}+\dfrac{d^2y}{dt^2}\vec{e_2}$ と表される。$a=|\vec{a}|=\sqrt{\left(\dfrac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\dfrac{d^2y}{dt^2}\right)^2}$ を加速度の大きさという。

図1において，点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が原点Oを中心とする半径 r の円の周上を反時計まわりに速さ v で等速円運動しており，時刻 $t=0$ のときに定点 $\mathrm{A}(r,\ 0)$ を通るとき，一般の時刻 t において動径OPが x 軸の正の向きとなす角(時刻 t における回転角)θ は，$\theta=\dfrac{vt}{r}$ と表される。点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の座標 x，y は，それぞれ $x=r\cos\dfrac{vt}{r}$，$y=r\sin\dfrac{vt}{r}$ と表される。

したがって，速度 $\vec{v}$ は $\vec{v}=-v\sin\dfrac{vt}{r}\vec{e_1}+v\cos\dfrac{vt}{r}\vec{e_2}$ と表される。同様に，加速度 $\vec{a}$ を r，v，t，$\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$ を用いて，$\vec{a}=\boxed{(1)}\ \vec{e_1}+\boxed{(2)}\ \vec{e_2}$ と表すことができる。

加速度の大きさ a は，$a=\dfrac{v^2}{r}$ と表される。また，$\vec{v}$ と $\vec{a}$ の内積は $\vec{v}\cdot\vec{a}=\boxed{(3)}$ であり，$\vec{v}$ と $\vec{a}$ はお互いに $\boxed{(4)}$ の関係にある。点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の位置ベクトルは $\vec{r}=r\cos\dfrac{vt}{r}\vec{e_1}+r\sin\dfrac{vt}{r}\vec{e_2}$ であるから，$\vec{a}$ と $\vec{r}$ との間には，$\vec{a}=\boxed{(5)}\ \vec{r}$ の関係式が成り立ち，加速度 $\vec{a}$ は中心Oに向かう向きであることがわかる。

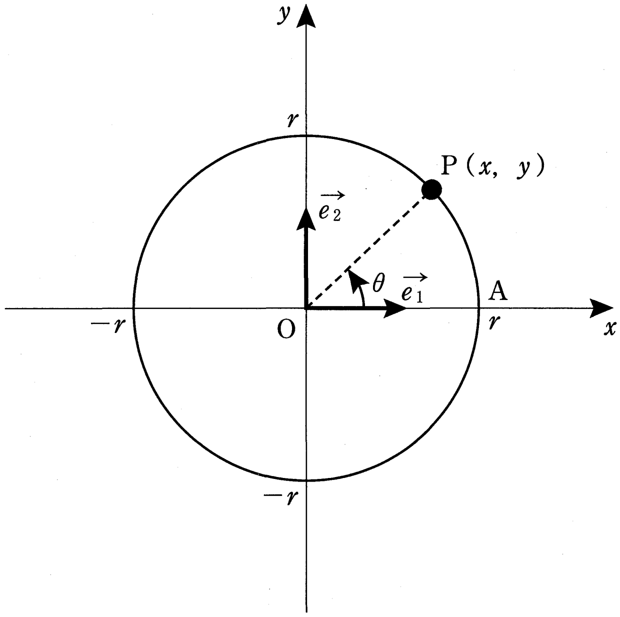


図 1

さらに，図2に示すように，原点Oに正の電荷Qが存在し，紙面の表から裏に向かう磁界が存在する場合を考える。ただし，磁束密度$\vec{B}$の大きさ$B\left(=|\vec{B}|\right)$は一様とする。負の電荷$q=-e$（eは電気素量）を帯電した質量mの粒子が紙面上を反時計まわりに速さvで等速円運動をしているものとする。

電荷Qと$-e$の間にはクーロン力が働き，クーロンの法則の比例定数をkとすると，その大きさは$F_1=$ $\boxed{(6)}$ である。速さvで運動する負の電荷$-e$に働く力としては，この中心に向かうクーロン力のほかに，それと $\boxed{(7)}$ 向きで大きさ$F_2=$ $\boxed{(8)}$ のローレンツ力とがあり，それらの合力が帯電粒子の等速円運動を支える向心力として作用している。この帯電粒子の加速度の大きさは$a=\dfrac{v^2}{r}$であるから，その運動方程式は，m，r，v，e，Q，B，kを用いて表わせば， $\boxed{(9)}$ となる。

これをvを未知数とする方程式と考えて解くと，$v=$ $\boxed{(10)}$ を得る。

ここで，単位についてまとめて示す。

(1) 座標，基本ベクトル，位置ベクトル，半径の単位はすべて〔m〕である。

(2) 時刻tの単位は〔s〕である。

(3) 速度とその大きさである速さの単位は〔m/s〕である。

(4) 加速度とその大きさの単位は〔$\mathrm{m/s^2}$〕である。

(5) 回転角θの単位は〔rad〕である。

(6) 質量の単位は〔kg〕である。

(7) 電荷および電気素量の単位は〔C〕である。

(8) クーロンの法則の比例定数kの単位は〔$\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$〕である。

(9) 磁束密度とその大きさの単位は〔T〕（または〔$\mathrm{Wb/m^2}$〕）である。

(10) 力の単位は〔N〕である。

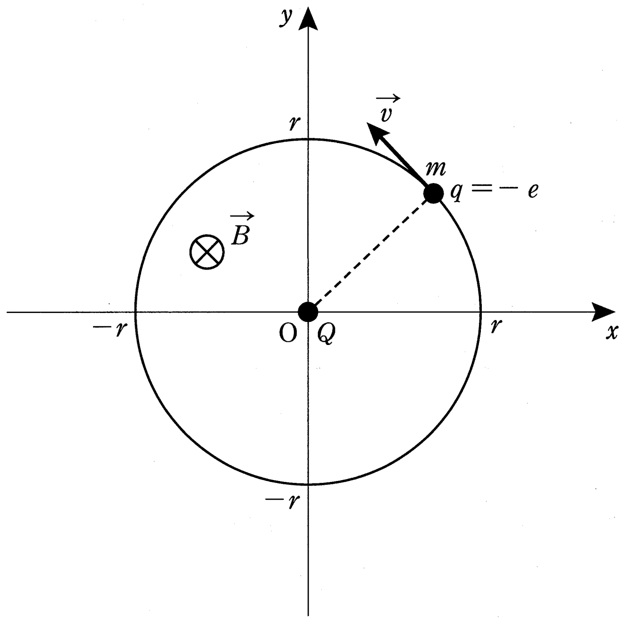


図 2

2 図3に示すように，x 軸上に点 S_1，点 P，点 S_2 が距離 l_1，l_2 だけおいて配置されており，$l_1 + l_2 > 40$，$|l_1 - l_2| < 20$ の関係があるとする。点 S_1 または点 S_2 には連続波(以後は波という。)を発生する波源を置くものとする。波源での波の反射は無視でき，波の重ね合わせの原理が成り立つとして以下の問いに答えよ。なお，単位については問題末尾にまとめて示してある。

問 1　点 S_1 にだけ波源を置いたとき，x 軸上の $x = 0\,\mathrm{m}$ から $x = 50\,\mathrm{m}$ までの各点における媒質の変位を観測した結果が図4である。$t = 0\,\mathrm{s}$ において観測された波形が実線で，$t = 0.1\,\mathrm{s}$ において観測された波形が破線で示されている。この間に山は①から②へ進んだ。この波の(1)振幅 A，(2)伝わる速さ v，(3)振動数 f，(4)波長 λ をそれぞれ求めよ。

問 2　問1と同様に点 S_1 にだけ波源を置き，点Pで観測するとき，時刻 t における媒質の変位は $y_1 = A\sin 2\pi f\left(t - \dfrac{l_1}{v}\right)$ で表された。また点 S_2 にだけ波源を置き，点Pで観測するとき，時刻 t における媒質の変位は $y_2 = A\sin 2\pi f\left(t - \dfrac{l_2}{v}\right)$ で表された。ここで，振幅 A，波の伝わる速さ v，振動数 f には問1で求めた値が入る。

あらためて点 S_1 と点 S_2 の両方に波源を置いたところ，点 S_1 と点 S_2 の間にまったく振動しないところと大きく振動するところが交互に並び，それらが移動しない波を生じた。

(1)　このような波は何と呼ばれるか答えよ。

(2)　点Pで観測される時刻 t における媒質の変位 y を求めよ。その際，A，v，f は文字のままでなく，問1で求めた数値を代入すること。

(3)　点Pにおける媒質の振動の振幅を求めよ。その際，A，v，f は文字のままでなく，問1で求めた数値を代入すること。

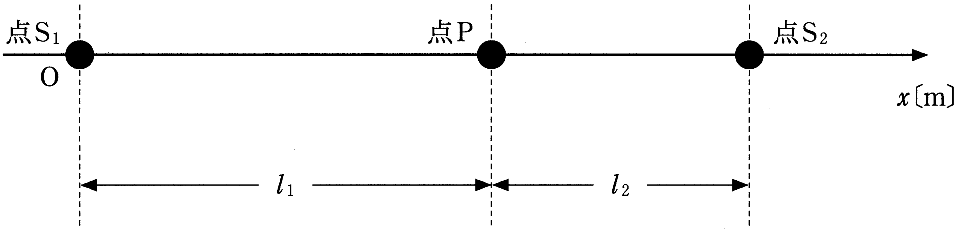
ここで，単位についてまとめて示す。

・距離 l_1，l_2，変位 y，y_1，y_2，波長 λ，振幅 A の単位は〔m〕である。

・時刻 t の単位は〔s〕である。

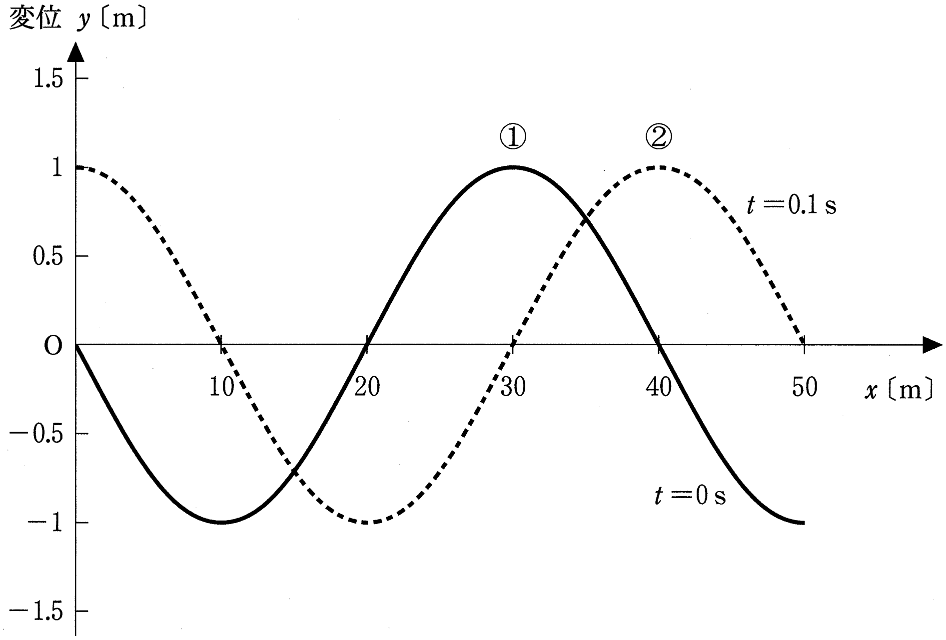
・振動数 f の単位は〔Hz〕である。

・速さ v の単位は〔m/s〕である。



点S_1
O
点P
点S_2
x〔m〕
l_1
l_2

図 3



変位 y〔m〕
1.5
1
0.5
0
−0.5
−1
−1.5
10
20
30
40
50
x〔m〕
①
②
$t=0.1$ s
$t=0$ s

図 4