平成 21 年度前期日程入学試験問題

数　　学　*A*

教　育　学　部

注 意 事 項

① 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

② 解答は，別紙の解答用紙に記入しなさい。

③ 受験番号は，解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

数　　学 A

1 数列$\{a_n\}$ $(n = 1,\ 2,\ \cdots)$に対し，

$$b_n = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} \quad (n = 1,\ 2,\ \cdots)$$

とおくとき，次の各問に答えよ。

(1) $\{a_n\}$が等差数列ならば$\{b_n\}$も等差数列であることを示せ。

(2) $\{b_n\}$が等差数列ならば$\{a_n\}$も等差数列であることを示せ。

(3) $\{b_n\}$が等差数列で，$\displaystyle\sum_{k=1}^{10} b_{2k-1} = 20$，$\displaystyle\sum_{k=1}^{10} b_{2k} = 10$ を満たすとき，$\{a_n\}$の一般項a_nを求めよ。

2 放物線$C_1 : y = 4x^2$，$C_2 : y = x^2 + 6x$を考える。C_1上の点$(a,\ 4a^2)$における接線lが，また，C_2の接線になるとする。このようなaは2つある。それをa_1，a_2 $(a_1 < a_2)$とする。次の各問に答えよ。

(1) a_1，a_2を求めよ。

(2) $a = a_1$のとき，曲線C_1の$x \leqq a_1$の部分と，曲線C_2，直線lで囲まれた図形の面積をS_1とする。また，$a = a_2$のとき，曲線C_1の$x \geqq a_2$の部分と，曲線C_2，直線lで囲まれた図形の面積をS_2とする。このとき，$S_1 = S_2$を証明せよ。

3 実数θは$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$で$\sin\theta = \dfrac{3}{5}$を満たすとする。次の各問に答えよ。

(1) $0 < x < 2\pi$で$\sin x = \dfrac{24}{25}$，$\cos x = \dfrac{7}{25}$を満たすようなxをθで表せ。

(2) $0 < x < 2\pi$で $7\sin x + 24\cos x = 15$ を満たすようなxをθで表せ。

4 $\triangle$ABCを鋭角三角形，点A，B，C，Pの位置ベクトルを$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{p}$とし，
$\vec{p}=\dfrac{1}{3+\sqrt{3}}(\vec{a}+\sqrt{3}\,\vec{b}+2\vec{c})$とする。次の各問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{BP}}$を$\overrightarrow{\mathrm{BA}}$と$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$で表せ。また点Pは$\triangle$ABCの内部にあることを示せ。

(2) $\triangle$PBC，$\triangle$PAC，$\triangle$PABの面積をS_A，S_B，S_Cで表すとき，$S_A : S_C = 1 : 2$，$S_A : S_B = 1 : \sqrt{3}$であることを示せ。

(3) 点Pが$\triangle$ABCの外心であるとき，$\angle$A，$\angle$B，$\angle$Cの大きさを求めよ。