

平成 28 年度後期日程入学試験問題

# 数 学 B

教 育 学 部

## 注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、2 ページ(表紙, 白紙を除く)です。試験開始後、確認して下さい。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙に記入下さい。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入下さい。

## 数 学 B

1  $a, m$  は 2 以上の整数とする。次の 2 つの条件  $p, q$  について、以下の各問に答えよ。

$p: a^2$  は  $m$  の倍数である。

$q: a$  は  $m$  の倍数である。

- (1)  $m = 7$  とするとき、命題  $p \Rightarrow q$  が真であることを示せ。
- (2)  $\sqrt{m}$  を正の整数とすると、命題  $p \Rightarrow q$  が偽であることを示せ。

2  $0 < a < 1$  とする。関数  $f(x) = x(2 - x)$  について、次の各問に答えよ。

- (1) 曲線  $C: y = f(x)$  上の点  $(a, f(a))$  における接線の方程式を求めよ。
- (2) (1) で求めた接線と直線  $l: x = 2a$  および曲線  $C$  で囲まれる部分の面積を  $S_1$  とし、曲線  $C$  の  $x \geq 2a$  の部分と  $x$  軸および直線  $l$  で囲まれる部分の面積を  $S_2$  とするとき、 $S_1$  と  $S_2$  をそれぞれ  $a$  を用いて表せ。
- (3) (2) で定めた  $S_1, S_2$  について、 $S_1 = S_2$  を満たすような定数  $a$  がただ一つ存在することを示せ。

3 座標空間において、 $l$  を 2 点  $A(1, -1, 5)$ ,  $B(3, -2, 8)$  を通る直線、 $l'$  を 2 点  $C(2, 1, -3)$ ,  $D(6, -1, 6)$  を通る直線とする。次の各問に答えよ。

- (1) 2 直線  $l$  と  $l'$  は、ねじれの位置にあることを示せ。
- (2) 2 つのベクトル  $\overrightarrow{AB}$  と  $\overrightarrow{CD}$  の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ。
- (3) 2 直線  $l$  と  $l'$  の両方に直交する直線について、その 2 つの交点の距離を求めよ。

4  $f(x) = 3x^3 + (a - 11)x^2 + (11 - 4a)x + 4a - 2$  とするとき、次の各問に答えよ。ただし、 $a$  は実数とする。

- (1) 等式  $f(x) = 0$  が  $a$  のどのような値に対しても成り立つように、 $x$  の値を定めよ。
- (2) 3 次方程式  $f(x) = 0$  がただ 1 個の実数解をもつとき、 $a$  の値の範囲を求めよ。
- (3) 3 次方程式  $f(x) = 0$  がただ 1 個の実数解  $p$  と、異なる 2 つの虚数解  $p_1 + q_1i$ ,  $p_2 + q_2i$  をもつとする。座標平面上で 3 点  $P_0(p, 0)$ ,  $P_1(p_1, q_1)$ ,  $P_2(p_2, q_2)$  が正三角形の頂点となるような定数  $a$  の値を求めよ。ただし、 $p_1, q_1, p_2, q_2$  は実数、 $i$  は虚数単位とする。