

# 令和4年度 入学試験問題訂正等用紙

一般選抜 後 期日程

教科・科目等：総合問題

学部・学科等：理学部（物理学コース、生物科学コース、  
地球環境科学コース、学際理学コース）

## 訂正等種別

(該当する番号を○で囲む)

- |   |         |
|---|---------|
| ① | 問題の訂正   |
| 2 | 解答用紙の訂正 |
| 3 | 補足説明    |

〈試験終了後に発覚した出題ミス〉

5 ページ  問5

【条件設定の不足】

「点Qで観測されるための磁場の向きと大きさを求めよ」という問題では、磁場の向きは解答できますが、磁場の大きさについては、透磁率が与えられていないと求めることができませんでした。正しくは、「点Qで観測されるための磁束密度の向きと大きさを求めよ」とするべきでした。

〈対応〉

磁場の「向き」については解答できるため通常どおり採点し、「大きさ」についての解答のみ、受験者全員を正答として扱い、採点しました。

## 令和4年度後期日程入学試験問題

# 総合問題

## 理学部

### 注意事項

- ① 試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、6ページ(表紙, 白紙を除く)です。試験開始後、確認してください。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に用紙ごとに正しく記入しなさい。

1  $n$  を自然数として, 数列  $\{a_n\}$  と  $\{b_n\}$  を

$$a_n = \sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k-1}}{k}, \quad b_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$$

で定義する。

- (1)  $b_{n+1} - b_n$  を求めよ。
- (2) 数学的帰納法を用いて  $a_n = b_n$  が成り立つことを証明せよ。
- (3) 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

- 2 地球からの万有引力を受けて運動する探査機を考える。探査機の質量は地球の質量に比べて非常に小さいとし、地球以外の天体による万有引力は無視できるとする。地球の質量を  $M$ 、探査機の質量を  $m$ 、万有引力定数を  $G$  として以下の間に答えよ。解答は導出過程も含めて記述せよ。

問 1 図 1 のように探査機が地球を中心に半径  $r$  の円軌道を描いている。

- (1) 探査機の速さを求めよ。
- (2) 探査機の円運動の周期  $T_0$  を求めよ。
- (3) 探査機が地球の静止衛星となるときにの円軌道の半径を求めよ。ただし地球の自転の周期を  $T_0$  とする。

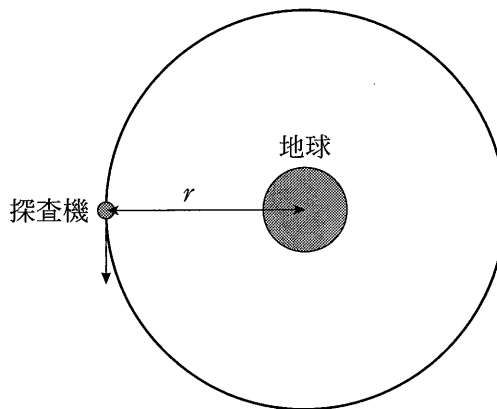


図 1 円軌道を描く探査機

問 2 図 2 のように、半径  $r$  の円軌道上の点 A で速さを  $v_A$  まで加速したところ、探査機は楕円軌道に移行した。ただし線分 AB を楕円軌道の長軸とし、地球の中心と点 B の距離を  $R$  とする。

- (1) 探査機の点 B での速さを  $r$ ,  $R$ ,  $v_A$  を用いて表せ。
- (2)  $v_A$  を  $G$ ,  $m$ ,  $M$ ,  $r$ ,  $R$  のうち必要なものを用いて表せ。
- (3) 楕円軌道の周期  $T_e$  と問 1 (2) の円運動の周期  $T_c$  の比  $\frac{T_e}{T_c}$  を求めよ。
- (4) 点 A で十分な速さに加速することで、探査機を無限の遠方に飛ばすことができる。それに必要な最小の速さを求めよ。

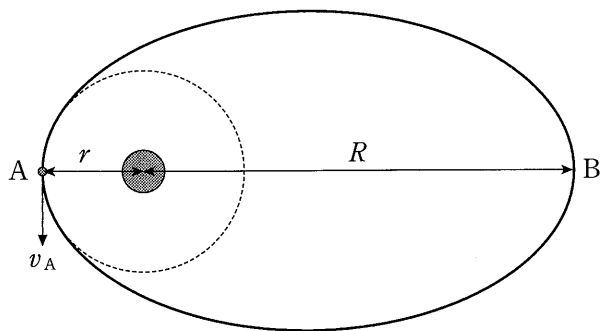


図 2 楕円軌道を描く探査機

問 3 探査機が無限の遠方から地球に接近し、無限の遠方に飛び去った。このときの探査機の軌道は地球を1つの焦点とする双曲線であった。無限遠での探査機の速さを  $v_0 (> 0)$ 、双曲線の漸近線と地球の中心との距離を  $b$ 、地球に最接近したときの探査機の速さを  $v_p$ 、そのときの地球との距離を  $r_p$  とする。図3のように、2つの漸近線の交点を原点  $O$  として  $x$  軸と  $y$  軸を設定し、漸近線が  $x$  軸となす角を  $\theta$  とする。また、地球の中心で交わる2つの破線は、双曲線の漸近線に平行な直線を表す。

- (1) 地球の中心と探査機を結ぶ線分の面積速度は一定に保たれる。また、地球から十分に遠く離れた点で探査機は、漸近線に沿って運動すると考えてよい。面積速度を  $v_0$ 、 $b$ 、 $\theta$  のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) 速さ  $v_p$  を  $v_0$ 、 $b$ 、 $\theta$ 、 $r_p$  のうち必要なものを用いて表せ。
- (3) 距離  $r_p$  を  $G$ 、 $m$ 、 $M$ 、 $v_0$ 、 $b$ 、 $\theta$  のうち必要なものを用いて表せ。
- (4) 探査機が無限の遠方から地球に接近して無限の遠方に飛び去る間に、地球が探査機に与えた力積の  $x$  成分と  $y$  成分を  $G$ 、 $m$ 、 $M$ 、 $v_0$ 、 $b$ 、 $\theta$  のうち必要なものを用いて表せ。

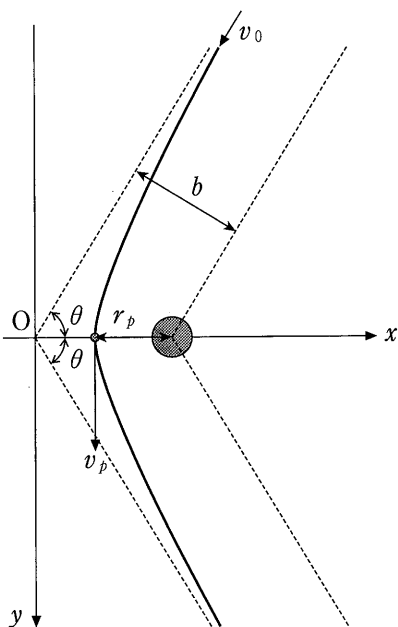


図3 双曲線軌道を描く探査機

3

図4のように、1辺の長さ  $l$  の正方形の極板 A, B を距離  $2d$  だけ離しておいた平行板コンデンサーが、電圧  $V$  の電池とスイッチに接続されている。座標軸を図4(a)のようにとり、極板 A から距離  $d$  離れた  $x$  軸上の点を P とする。極板 B は電池とスイッチに接続したまま、 $x$  軸に沿って  $x$  軸正方向へ  $x = D (> 2d)$  の点まで平行移動させることができる。

このコンデンサーに、点 P から  $y$  軸正方向に向け、質量  $m$ 、電気量  $q (> 0)$  の荷電粒子を、速さ  $v$  で発射する。以下では、図4(b)に示した  $xy$  平面内 ( $z = 0$ ) での荷電粒子の運動を考え、点 P の座標を  $(d, 0)$  とする。また、座標  $(d, l)$  で表される点を Q とする。コンデンサーの極板 AB 間に作られる電場(電界)は一様とする。極板 A または B に到達した荷電粒子は極板に吸収されるが、それによる極板間の電場への影響はないものとする。また、重力の影響は無視できるとする。以下の問に答えよ。解答は導出過程も含めて記述せよ。

問 1 最初、極板 B は  $x = 2d$  の位置に固定してある。スイッチを入れてコンデンサーを充電する。十分に時間が経ったのちの極板間の電場の大きさと向きを求めよ。

問 2 問 1 のとき、点 P から発射された荷電粒子は、コンデンサーを通り抜けて、直線  $y = l$  上の点  $(X, l)$  ( $0 < X < 2d$ ) を通過し、コンデンサーの外 ( $y > l$ ) へ出ていった。

(1)  $v$  の範囲を求めよ。

(2)  $X$  を  $v$  の関数として表し、横軸  $v$ 、縦軸  $X$  としてそのグラフの概略を図示せよ。

問 3 スwitch を閉じたまま、極板 B を  $X_B$  ( $2d \leq X_B \leq D$ ) まで平行移動して固定したのちに、荷電粒子を点 P から発射する。このとき、荷電粒子がコンデンサーを通り抜けて、コンデンサーの外へ出ていくために、 $v$  が満たすべき不等式を求めよ。また、横軸  $X_B$ 、縦軸  $v$  として、その不等式の表す領域を  $2d \leq X_B \leq D$  の範囲で図示せよ。

問 4 問 1 の状態にもどし、今度はスイッチを開いてから、極板 B を  $X_B$  ( $2d \leq X_B \leq D$ ) まで平行移動して固定したのちに、荷電粒子を点 P から発射する。このとき、荷電粒子がコンデンサーを通り抜けて、コンデンサーの外へ出ていくために、 $v$  が満たすべき不等式を求めよ。また、横軸  $X_B$ 、縦軸  $v$  として、その不等式の表す領域を  $2d \leq X_B \leq D$  の範囲で図示せよ。

問 5 問 1 の状態にもどし、 $z$  軸方向に一様な磁場(磁界)をかける。このとき、点 P を飛び出した荷電粒子が、点 Q で観測されるための磁場の向き( $z$  軸正方向か負方向か)と大きさを求めよ。

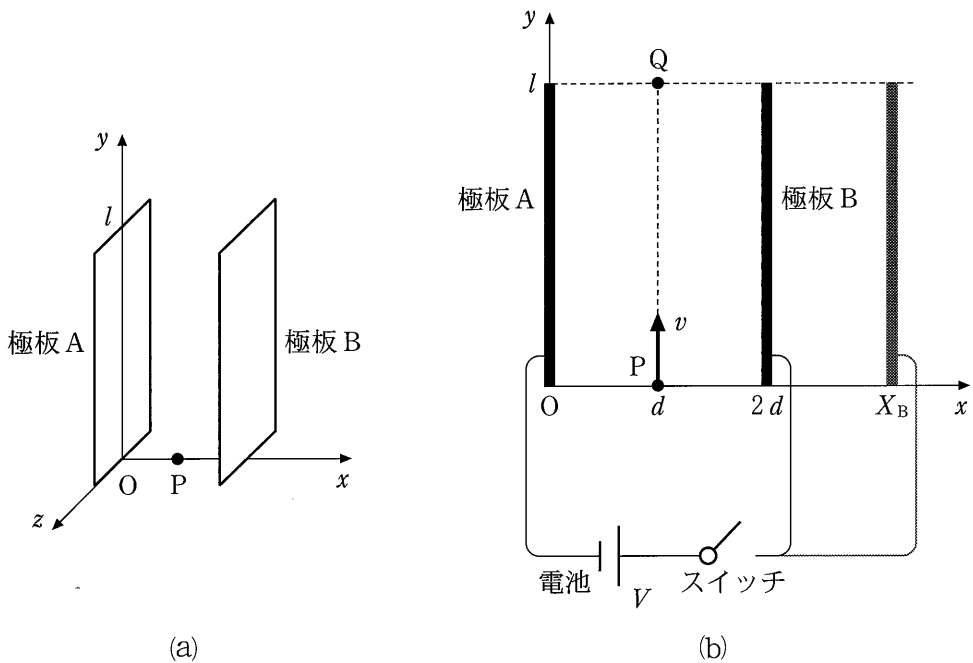


図 4 (a) 極板 A, B の配置と座標軸の取り方。(b) 電池とスイッチに接続された平行板コンデンサーの  $xy$  平面を描いた図。極板 B は  $x = X_B$  へ平行移動し固定できる。